

自分なりの見方・考え方を生かし数学的な見方・考え方を働かせる授業 —日常の世界と算数の世界をつなぐ教師の支援の在り方—

富澤 礼乃

金沢大学大学院教職実践研究科 学習デザインコース

【概要】本研究では、数学的に考える資質・能力を育成するために、児童が「自分なりの見方・考え方」を生かしつつ、「数学的な見方・考え方」の特徴に次第に気づき、それを意識的に働かせることを支援する授業をデザインすることを目的とする。この目的を達成するために、まず「文化-歴史的発達論」に基づき『日常の世界』と『算数の世界』を区別し、それらの相違を検討しつつ、2つの世界をつなぐ教師の支援の在り方について、3つの相からなる枠組みを開発した。次に、この枠組みに基づき、算数科において2つの世界における見方・考え方の乖離が際立つ第5学年「異種の二つの量の割合」において授業実践を行った。授業実践を通して収集した授業記録や児童のノート記述を基に、その単元における児童の2つの世界に関する見方・考え方の相互作用と変容を分析した。その結果、以下の3つの支援が重要であることが示唆された。(1) 素朴で無自覚な日常的な見方・考え方を意識化すること。(2) 『日常の世界』とは異なる『算数の世界』を想定し、理想的な見方・考え方を想像すること。(3) 単元全体を通して両世界の相互作用を重視し、児童自身が見方・考え方を調整しつつ、両世界の互恵的な発達を図ること。つまり、自分なりの考えを自覚し、数学的な見方・考え方を比べるからこそ、それぞれの世界で納得を伴う学びができるのである。今後の課題は、本単元での成果を基に、算数科全体として単元のまとまりの中で「数学的に考える資質・能力を育成する」授業デザインの可能性を検証していくことである。

I 研究の目的と方法

1. 研究の目的

本研究では、数学的に考える資質・能力を育成するために、児童が「自分なりの見方・考え方」を生かしつつ、「数学的な見方・考え方」の特徴に次第に気づき、それを意識的に働かせることを支援する授業をデザインすることを目的とする。

ここで、なぜこのような研究の目的を設定したのかについて、背景となる筆者の実践上の問題意識を述べる。筆者は、一人一人のかけがえない児童がその子らしく成長してほしいと願い、小学校算数科において、どれだけ素朴であろうとも、すべての児童が問題に対して自分なりの見方・考え方をもち、最後には算数の見方・考え方を働かせて問題解決を行えることを

期待し、様々な支援を試みてきた。しかしながら、現実には、ある程度の児童は「わかりません」という意見も含め、算数の問題に対して自分なりの見方・考え方をもちることが難しく、また自分なりに意味を理解しないままに、半ば機械的な計算や処理を行うことが多い。また、学習後も学力調査等の評価問題でも、問題の意味を理解できなかつたり、適切に処理することができなかつたりする状況が続いている。筆者は「なぜ、一人一人の児童が自分なりの見方・考え方をもてないのか」、また「なぜ算数の見方・考え方、すなわち算数の意味と手続きを納得することがこれほどまでに難しいのか」、その背景にある困難の一因を理論的に理解し、それを意識しつつ自身の実践の改善に取り組むことで、理論と実践の架橋を試みたいと願い、教職

大学院における研究の目的として設定したものである。

2. 研究の方法

「なぜ、一人一人の児童が自分なりの見方・考え方をもてないのか」、また「なぜ算数の見方・考え方がこれほどまでに難しいのか」という問いに対してアプローチする理論的視野の一つとして「文化-歴史的発達論」（ヴィゴツキー，2001）があり，本研究ではこの理論を手掛かりとする。なぜ，文化-歴史的発達論が，本研究の目的に対して有望な方法を示唆するかについては，2つの理由がある。一つは，本理論は，児童の自分なりの見方・考え方と算数の見方・考え方の特徴を「生活的概念」と「科学的概念」の関係として類比的に捉えることを可能にすること，もう一つは，両概念が互いに対立する性格をもち，互いに異なる道筋に従って発達するという視点を与えているからである。すなわち「生活的概念」と「科学的概念」の理論は，算数の授業において児童の見方・考え方と算数の見方・考え方に関して，児童と教師が直面する難しさをうまく説明でき，また，その困難性を克服する手がかりを示唆してくれると考えるのである。かくして，本研究では文化-歴史的発達論における「生活的概念」を視点として，すべての児童が算数の授業において自分なりの見方・考え方をもちつことのできるための手立て，異なる筋道にそって発達する算数の見方・考え方を理解するための手立てについて検討することを研究方法の中心に据え，以下のように研究をすすめる。

第Ⅱ節では，文化-歴史的発達論における「生活的概念」と「科学的概念」の固有な発達の道筋及びそれらに関連する研究を検討し，それが『日常の世界』と『算数の世界』を区別することを示唆し，それらの相違を前提としつつ，2つの世界をつなぐ教師の支援の在り方も示唆することを述べる。この理論を参考にすることにより，本研究では「3つの相からなる授業の枠組み」を開発することが可能となる。この枠組

みは，後に詳しく述べるが「日常の具体性においてすべての児童がその子なりの見方・考え方を表明し，意識する相」「日常の世界とは全く異なる算数の世界を想定し，両者を意図的に比較する相」「日常の世界と算数の世界を常に比較しながらも，算数の見方・考え方を意識的に働かせる相」からなる。これらの3つの相は，筆者がこれまで意識していなかった新しい支援の在り方であり，この3つの相に基づく授業によって，研究の目的が達成される可能性を有するものである。

次に，第Ⅲ節では，この枠組みに基づき，算数科において2つの世界における見方・考え方の乖離が際立つ第5学年「異種の二つの量の割合」において授業をデザインし，実践する。実際のところ，第5学年「異種の二つの量の割合」は，筆者の教職経験において「生活的概念」と「科学的概念」の様相が極めて明瞭に表れる単元の一つである。例えば「混み具合」を比較する問題では，児童は「混んでいる」ことを「生活的概念」として捉え，児童の見方・考え方は実に不安定で，また多様であり，現実の状況の微妙な違いが大きな混乱を露呈する。他方で，算数の「混み具合」では，「平均」や「比例関係」という理想化された「科学的概念」を用いる。しかし，多くの児童は「混み具合」を「生活的概念」とは異なる概念で考えることができないでいる。まさに，「異種の二つの量の割合」は，本研究目的に鑑みて，取り上げる上で最良の単元であるといえ，研究方法として位置付ける上で適切な内容の一つであるといえる。本研究では，この単元を集中的に研究することによって，算数科全体に対しても汎用的な示唆を得ることができると考える。

続く，第Ⅳ節では，文化-歴史的発達論に基づく3つの相，そしてそれに基づく「異種の二つの量の割合」の単元計画を実践し，実際の授業データを用いて分析することを通して，「すべての児童が自分なりの見方・考え方をもちつことのできたか」「算数の世界での見方・考え方と

意図的に対比し、違いを明確にすることで、算数の見方・考え方を働かせるようになったか」について、具体的な児童の姿を例示する。この分析を通して、教師の支援の在り方について、その有効性を示すことができ、本研究で設定した目的が達成されたかどうかを示すことができる。

以上が、本研究の方法の妥当性についての説明である。以下では、先ず、文化-歴史的発達論に関する基本的な研究を参照しつつ、「3つの相からなる枠組み」を構築することにする。

II 理論的枠組み

1. 生活的概念と科学的概念

ここでは、すべての児童が自分なりの見方・考え方をもち、最終的に算数の見方・考え方を働かせるための支援を検討するために、ヴィゴツキー（2001）による「生活的概念」と「科学的概念」の発達についての研究を取り上げる。研究方法で述べたように、「生活的概念」は児童がもつ素朴な見方・考え方、「科学的概念」は理想化された算数固有の見方・考え方にそれぞれ対応し、両概念の発達の特徴を参考することで、教師の支援の在り方を提案することにつながる。

「生活的概念」と「科学的概念」に着目したのはヴィゴツキーが最初であった。その契機は、ピアジェの発生的認識論における自然発生的概念と非自然発生的概念に関する批判的検討であった。ヴィゴツキーは、自然発生的概念を「生活的概念」と言い換え、「子ども自身の生活経験のなかから発生する」（2001: 233）ものとし、非自然発生的概念を「科学的概念」と言い換え、「教師と子どもとの体系的協力という独自の形式をとった教育的条件のなかで進行する」（2001: 227）ものとした。これは、概念が発生する社会-文化的状況を重視する「文化-歴史的発達論」の特徴であり、子どもが概念を習得する環境の違いを重視するものである。この点で、フェールらは、「科学的」を“scientific”で

なく“academic”と訳しているのは、意味深長である(van der Veer & Valsiner,1994: 369)。そして、ヴィゴツキーは「両概念は、その発達路線においても機能の仕方においても異なる。」(2001: 250)と述べ、「これら二つの概念グループを区別することが、それらの真の関係を樹立するための先決条件である」(2001: 250)と述べている。また、両概念は対照的で「科学的概念の長所があるところに、生活的概念の短所がある。そして逆に、生活的概念の長所が、科学的概念の短所となっている。」(2001: 244)とも述べている。実際、それらの短所や長所に関して、ヴィゴツキーは「生活的概念の弱点は、抽象化のできないこと、それらを随意に操作できないこと、そしてそれらの間違った利用があたりまえになっていることにある。科学的概念の弱点は、それ自身が科学的概念の発達過程における大きな危険となる言葉主義、具体的内容の不足である。その長所は、随意に使用し得ること、『活動へのレディネス』にある。」(2001: 228)と述べている。また、科学的概念の長所は、それにより「子どもは、自分の眼前にないもの、自分の現実の直接的経験の範囲をはるかに超えたものごとを学ぶ」(2001: 248)ことができる点にあるとしている。そして、両概念の質的な相違により、「科学的概念および生活的概念の中には、対象に対する異なった関係、思想のなかで対象をつかむさいの異なった行為が含まれる」(2001: 248)。また、「科学的概念の体系の習得は、(中略) 以前に形成された他の諸概念を通ずることによって可能である。」(2001: 248)と述べ、科学的概念の対象に対する独自の関係は「それが他の概念によって媒介されたものであること」(2001: 269)によって特徴付けられるとしている。

2. 概念発達の過程

ヴィゴツキーは「生活的概念」と「科学的概念」の発達・形成・機能の相違を明確に述べているものの、それぞれの概念の発達の複雑な過程については述べていない。しかしながら、「概

念発達の実験的研究」(2001: 147-224)において、「二重刺激の機能的な方法」(2001: 158)なる研究方法を創案し、児童から青年や障がいのある者に対して概念形成の複雑な過程を明らかにしている。この実験で、ヴィゴツキーは、概念発達の過程における3つの段階(主観的な混同心的形象・複合的思考・概念的思考)とそれぞれの段階における様々な水準と機能を特定している。特に、第二段階の「複合的思考」において、ヴィゴツキーは、概念とはまったく別の法則に基づいて構成された様々な機能的等価物を発見している。ここで「複合的思考」とは、個々の具体的事物の間に存在する客観的思考に基づいて結びつけられた「脈絡のある思考」であり、同時に客観的な思考(2001: 171)である。

複合は、概念を構成する個々の要素の間の抽象的・論理的結合ではなく、具体的・事実的結合によって特徴付けられる。留意すべき点として、複合は、その機能において「生活的概念」の特徴を持ち合わせていることである。ヴィゴツキーは、複合として「コレクション的複合」「連鎖的複合」「拡散的複合」、そして「擬概念的複合」を挙げている。ここで特に重要であるのが「擬概念的複合」(2001: 180)である。それは「外面的には概念であるが、内面的には複合である」(2001: 180)。大人から見ると、子どもが概念を理解しているかのように勘違いをしてしまうのであるが、実際は抽象的・論理的な結合ではなく、具体的・事実的結合に基づき対象を判断している状況である。「外面的類似から判断するなら、くじらが魚と似ているように、擬概念は概念に似ている」(2001: 184)のである。ヴィゴツキーは、この「擬概念的複合」が、子どもの概念発達において機能的にも発生的にも極めて重要な意味をもち、複合的思考と概念的思考の「結節点」(2001: 181)、「概念形成の二つの発生的段階を結びつける峠」(2001: 181)として位置付けている。それは、「擬概念という形式において、大人が子どもとの言語的コミュニケーションや相互理解の過程におい

て、この複合と概念との相違に気づきかねるほどに機能的な点では概念と等価な複合が姿を現わしている」(2001: 184)。かくして、擬概念は、他者とのコミュニケーションを可能にし、「複合的思考と概念的思考との間の連結環の役割を果たす」(2001: 187)のである。このような視点に、概念発達における学校教育での子どもと教師の社会的相互作用を位置付ける「文化-歴史的発達論」の特徴が垣間見られる。

ヴィゴツキーは「文化-歴史的発達論」の立場から、次のような一般的規則、発生論的な命題を主張する。「子どもは概念を自覚する前に、それを実際に適用し、操作をするということである。概念『それ自体』および『他人のため』の概念は、子どもにおいて『自分のため』の概念よりも先に発達する。擬概念のなかにすでに含まれている『それ自体』および『他人のため』の概念は、真の概念が発達するための基本的な発生的前提なのである。」(2001: 187)。このことは、真の概念の発達においてもあてはまる。概念の発生は自覚と関係するが、「概念の存在とその概念の自覚とは、それらの出現の時期という意味でも、それらの機能という意味でも、一致しない。前者は後者よりも早く現れ、後者とは無関係に働くことができる。」(2001: 215)。ヴィゴツキーは、「子どもは自分の概念というものを長く考えた後に考えつくのではなく、それらはまったく別の道を通して子どもに発生し、後でのみ子どもに自覚され、論理化される」(2001: 215-6)とし、概念の自覚は経験の積み重ねによって到達できるものではないと断言している。

3. 理論的枠組みの構築

ここでは、ヴィゴツキーの「生活的概念」と「科学的概念」及び「概念発達の実験的研究」の知見を踏まえ、本研究での理論的枠組みを構築する。

「概念」を「見方・考え方」と類比するならば、本研究に関しては「自分なりの見方・考え方」の発達の延長線上に「数学的な見方・考え

方」があるのではなく、それらは異なる発達の道筋を辿ること、さらに、それぞれには長所と短所があり正反対の性格を有すると考えることができる。さらに、概念発達の実験から「擬概念的複合」は、生活的概念の重要な特徴であり、授業において児童と教師の関わりの可能性も示唆すると考える。ヴィゴツキーの「文化-歴史的発達論」を基に、本研究での理論的枠組みとして、以下の3つの相（Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ）を設定することにする。（図1）

- I. 「自分なりの見方・考え方」と「数学的な見方・考え方」を異種の思考の様相とみなし、明確に区別するために、教師が児童に対して、これまでの経験や知識を基に、どんなことを考えているのかを訊ね、全員で話し合う時間を設ける。
- II. 「自分なりの見方・考え方」の長所と短所に配慮し、教師の支援のもと、他者との関わりの中で、擬概念を用いて問題を解決しつつ「数学的な見方・考え方」の発達を誘うために、「日常の世界」と明確に区別した「算数の世界」を紹介する。
- III. 「数学的な見方・考え方」の自覚に向けて、既習の他の数学的な概念を媒介し、関連付けを促すために、まず教師自身が単元を通して「数学的な見方・考え方」を意識し続けて授業を実践する。

図1 本研究の理論的枠組み

本枠組みが、その基礎におくヴィゴツキーの研究は1920年代、今から一世紀前に提案されたものであり、そのような古い理論に依拠する妥当性を述べる必要があるであろう。

ヴィゴツキー理論は1930年代にスターリン政権により粛清されたものの、その後、復権された。1956年には選集が出版され、柴田やコールらにより翻訳された(ヴィゴツキー, 2001)。その理論はブルーナらを始め、注目を集め、

1980年代には欧米を中心に「ヴィゴツキー・ルネサンス」と呼ばれ、今日でも、多岐にわたる幅広い分野に影響を与えている。以下では、本研究の枠組みに関して、参考となるいくつかの研究を参照することで、本研究の枠組みが今日的であることを示す。

Iの相に関しては、「ロマンティックサイエンス」を重視する神経心理学の研究(ルリア, 1980, 2010; サックス, 2001, 2009)は、人ができないことを無理な手段で補償するのではなく、一人一人の能力の様々な実現の可能性や、その人の人格を含めて人間の有能さの裾野の広さを様々な症例や障がい者の臨床例を通して例証している。特に、数学の抽象的な世界において困難を示しても、具体性や直観的な世界では有能である人々の姿を描いている。こうした研究は、「自分なりの見方・考え方」の長所を生かす上で重要な視点を与える。また日常的認知、特に「路上算数」(稲垣・波多野, 1989)の研究における日常的実践の有能さは、ヴィゴツキー及びルリアの教育論をそれぞれの固有な認知活動で具体化したものであり、日常経験に基づく「自分なりの見方・考え方」を明確に区別することの根拠を与えるものである。「生活的概念」の弱点として、間違った利用が当たり前になっていることに関しては「素朴理論」(稲垣・波多野, 1989)や「認識論的障害」(バシュラール, 2012)における研究で具体化されている。ただし、これらの研究は、生物学、物理学、数学に関するものであり、小学校の算数科に関する研究は為されていないのが現状である。

IIの相に関しては、擬概念的思考において、具体的な状況の中に一般的を考える「総称的な例(generic example)」(Mason, 1984)の研究が、数学教育における擬概念の研究に属するが、この分野の研究は僅かで、逆に、本研究のIIに関する研究は、新しい視点を提示することが期待される。また、数学教育において「ある見方・考え方」から「別の見方・考え方」への移行・変容に関しては、『思考と言語』を模した「コモ

グニション論」(Sfard, 2008)が提案されている。これは、コミュニケーションと認知を統一するプログラムが展開しており、数学を特定のタイプの数学的対象についての談話とみなし、談話を構成する要素(専門語彙、視覚的媒介、承認されたナラティブ、ルーティン)の変容により数学の認知発達を捉えようとしている。本枠組みに照らせば、「自分なりの見方・考え方」と「数学的な見方・考え方」には個別の談話があり、教室の中で談話の構造が変容する過程に着目する可能性を示唆している。

Ⅲの相に関しては、『算数の世界』固有の理解のあり方を、「数学的なセンス・メイキング」(Schoenfeld, 1991)とみなし、専門家(教師)による数学的実践への導きを伴う文化変容の重要性を指摘している。算数の学習を文化的実践へ導く参加であるという見方は「正統的周辺参加論」(レイヴ, 1993)に基づくもので、単元全体を通じた学習など、長期的視野で子どもの見方・考え方の発達を誘おうとするものである。

Ⅲ 授業のデザイン

1. 実践計画

【対象】公立小学校5年生 1クラス37名

【期間】令和3年4月～令和3年12月

I期(4月～9月)児童の実態把握

II期(9月～10月)授業実践

[第5学年 C 変化と関係]

C(2)異種の二つの量の割合

「単位量当たりの大きさ」

III期(9月～12月)分析・考察

2. 児童の実態

これまでに学んだことを関連付けて、統合的に捉えることが苦手な児童が多い。そのため、自分の考えを言葉や式、図等を使って表現し、自分なりの方法で説明することに取り組んできた。児童は自由な発想を楽しみ始めているが数学的な見方・考え方を働かせることを「自覚」しているとは言えない。

本単元の学習の初期に、児童は二量の比例関

係に着目して考えることが想定される。単元「比例」の学習では、簡単な場合について、比例の関係があることを知り、伴って変わる2つの数量を見いだして、それらの関係に着目し、表や式を用いて変化や対応の特徴を考察した。表から「一方が2倍、3倍、…になれば、それに伴ってもう一方も2倍、3倍、…になること」を見つけることはできていた。これは同じ量の倍関係に基づく(表を横にしかみない)考えで1つの量の関係に着目しているため、異なる二量の関係(表を縦にみる)としてとらえていない児童も多い。しかも、2つの数量の関係について、意味を考えずに、数を操作して見つけていただけの可能性がある。また、単元「平均」の学習では、第1時に「均す」という状況のイメージをつかむことができるように問題場面の状況を3段階で提示して考察した。凹凸を平らにすること、全体の量を増やしてはいけないこと等に気付いていた。ジュースの量を均す問題では「合計÷個数=平均」という計算を思いつき、求めている児童もいた。答えは求められるが、そのような計算をすると、なぜ平均を求められるのかについて、根拠や理由を説明することに戸惑っていた。平均は比例の前提となる知識であるが、平均と比例を関係付けて考えている児童は多くない。

従って、児童が問題場面の状況を二量の割合として考える新しい量をつくることは容易ではないであろう。そこで本単元では、まずは既習の平均の考えと比例関係のつながりに気づき、それを用いて異種の2つの数量の関係を理想化し、2つの数量が比例関係にあることを捉えることから始め、既習を用いて問題をイメージできることが大切になる。二量の割合として考える新しい量を性急に導入するのではなく、混み具合・人口密度・速さなどを比較しようとする中で、単元全体を通して比例関係から二量の割合で簡潔に捉えることに気付くことができるようにすることが、児童の現状に配慮した学びを実現できると考える。

3. 単元計画

本研究では、教師の期待に沿い、予め決められた方向に流れていくような授業ではなく、自然な状況の中で、その子なりの「見方・考え方」を大切に展開されていく授業をデザインする。その子なりの見方とは、その子が着目していることであり、その子なりの考え方とは、その子なりの根拠や理由である。最初に選んだ情報や見直しを見直し、再構成するとき混乱しないためにも、教師は児童の思考のプロセスを見取り、授業展開を意識的に調整していく。一人一人の思いに寄り添い、どのような思考のプロセスを経て、問題を解決しようとしているのか。それを明らかにすることで、全員が自分の考えをもって学ぶことができると考える。

本単元で働かせる見方・考え方は、平均の考えを活用して事象を理想化して捉えること、異種の二つの量の比例関係に着目して、単位量当たりの大きさを用いて割合として比べる方法を考え、そのよさを捉えることである。

本単元では、これまでに学習した量（長さや重さ、面積や体積）に加えて、異種の二つの量の割合として捉えられる数量があることを知り、その比べ方や表し方を学習する。本単元で学習する速さなどの新しい単位量当たりの大きさについては、前単元で学習した「均す」という平均の考えを基にし、2つの数量の間に比例関係があることを前提として解決していくことが予想される。つまり、2つの数量のどちらか一方をそろえて、もう一方の量で比べる方法である。二量の比例関係を前提とした解決から、新しい一つの量を生み出すことに教材の本質がある。そのために、さらに単位量当たりの大きさの考え方が用いられている事例として「人口密度」や「速さ」等を取り上げる。様々なデータについて、既習の比例関係のみならず、新しい単位量当たりの大きさを用いて比較する活動を通して、身の回りの事象を新しい視点から数理的に捉え、論理的に考察しようとする態度を育てる。

4. 研究授業

考えを表現させるための手立てとして、まず「混んでいる」状況を捉えやすくするために、児童にとって身近な場면을提示する。実際に、算数の時間に使っている2つの教室の面積は同じである。そして、学級の人数が37人であるため、2つの教室に分かれると19人と18人になる。また、体育の時間に使う体育館の面積は、教室の約10倍の大きさである。児童は、算数の授業であると、すぐに「数の操作」で答えを求めようとするので、場面の状況を具体的にイメージすることから始められるようにする。次に、何となく感覚でつかむことができた「混んでいる」状況における2つの数量の関係をくらべる。数直線の図等を用いて、面積と人数が比例していることを捉えやすくする。そして「うさぎ小屋」のイラストだけを提示し、児童が「混んでいる」状況をくらべるために必要な2つの数量を見いだすことができるようにする。そして、自分なりの考えを自由に表出しながら課題に取り組むことができるように、一人一人が着目しているところを大切に授業を展開する。『混んでいる』状況を考えていく中で、どちらか一方をそろえることが必要であること気付くとともに、事象を理想化して考えていることも意識できるように働きかける。他方、既習の平均や比例の見方・考え方に違和感をもつ児童の意見も取り上げるようにする。

学びを自覚させるための手立てとして、まずは「異種の二量の比べ方」について考えたことを一人一人が自分の言葉で書く。本時の課題<どちらが混んでいるのかをくらべるには、どうしたらいいのかな>に対して、自分なりに考え、友達の考えを聴き、学び合う中で見つけた納得できる根拠と理由を説明するように促す。一人一人がノートに書いたまとめを次時の授業にも生かす。本時では、平均と2つの数量の比例関係に着目し、どちらか一方をそろえれば、くらべられることを理解する。そして次時以降、「単位量当たりの大きさ」を使って比べ

ると、効率的に比べられるよさに少しずつ気付いていくことができるようにする。つながりを意識した授業を展開することで、自然な流れの中で児童自身が学んだことを、次に生かすことができるようにする。それは、一人一人がもっている自分なりの見方・考え方を数学的な見方・考え方へつないでいくことになると考えている。

IV 授業の実際と考察

1. Iの相

【第一次1時…9月14日(火) 研究授業】

考えを表現させるための手立てとして「混んでいる」状況を捉えやすくするために、児童にとって身近な場面を提示した。しかし、身近すぎる場面であったため、「面積と人数」以外の情報(例.机の数)にも注目させることになってしまった。また、提示した写真が、場面の一部分であったため、全体の面積について注目しにくくなった。さらに「混み具合」の児童の捉えが、最後まで弱かったため、どのようにしたら捉えられるのかを改めて考えた。その原因は、児童にとって『日常の世界』と『算数の世界』が混在していることにあると考えた。『算数の世界』においては、事象を「理想化」して考えることにな

る。つまり、面積と人数が同じであれば、均して考えるため、人が散らばっていても、固まっても「混み具合は同じ」と判断する。そのような判断基準を、児童に明確に知らせることが大切である。ただし、児童がもっている素朴な考えを尊重することを忘れてはいけない。「自分なりの見方・考え方」と「数学的な見方・考え方」を比べるからこそ、児童自身で納得できる解を見つけることができる。単元を通して、既習の平均と比例の見方・考え方を意識できるように教師が働きかけていくことにした。

学びを自覚させるための手立てとして、授業中、考えたことを自分の言葉でノートに書き残すことを4月から続けてきた。また、振り返りは「①気付いたこと②疑問に感じたこと③まだよくわからないこと」という3つの観点で書いてきた。児童が自分なりに考え、友達の考えを聴き、学び合う中で見つけたことは、次時の授業展開に生かすことができる。教師がつながりを意識した授業を展開することで、自然な流れの中で児童自らが学んだことを次に生かすことができる。本時のまとめでは、ほとんどの児童が「混み具合」を考えるとときに「面積は必要ない。」と書いていた。(図2)

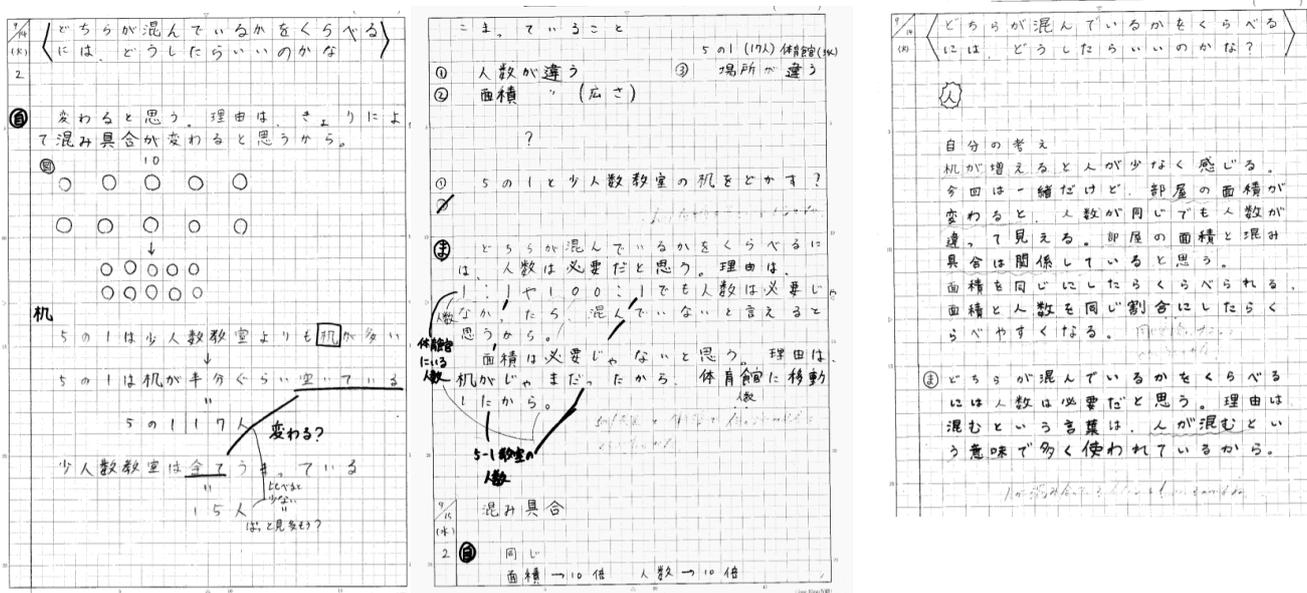


図2 児童のノート(9月14日)

別の児童のノートには「人数は必要だけど、面積は必要ない。人と人の距離で混み具合が変わる。一カ所に人がたくさんいると混んでいる。机が増えると人が少なく感じる。」等という記述があった。本時では、児童にとって混んでいるイメージは「人と人がくっついている密な状態」を意味していた。つまり、見た目で「混み具合」を判断していることがわかった。

また、面積が必要だと考えていても、その理由について「面積を同じにしないと、人数が同じでも、（人と人の）距離の間隔がバラバラになると思ったから」とノートに書く児童がいた。（図3）『日常の世界』ではなく、『算数の世界』における「混み具合」の意味を知らせる必要があると感じた。（図4）

次時以降、「混み具合」を比べるときは「均して考えること」を意識できるように授業を設計し直した。

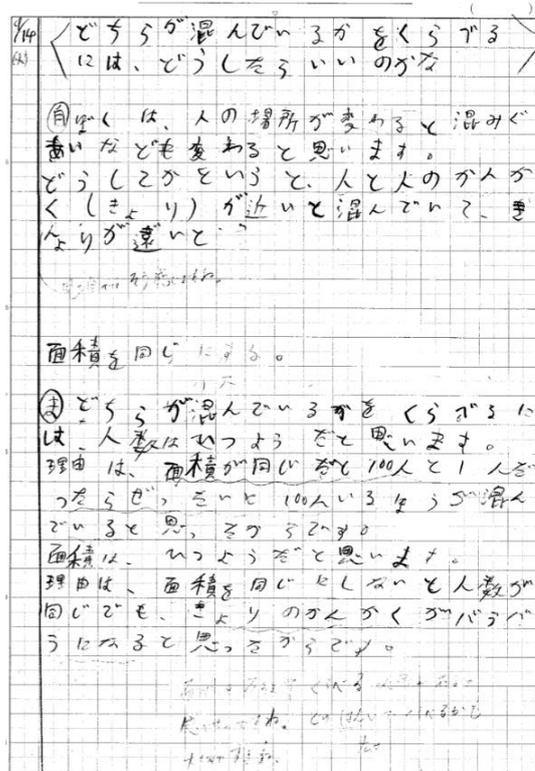


図3 児童のノート（9月14日）

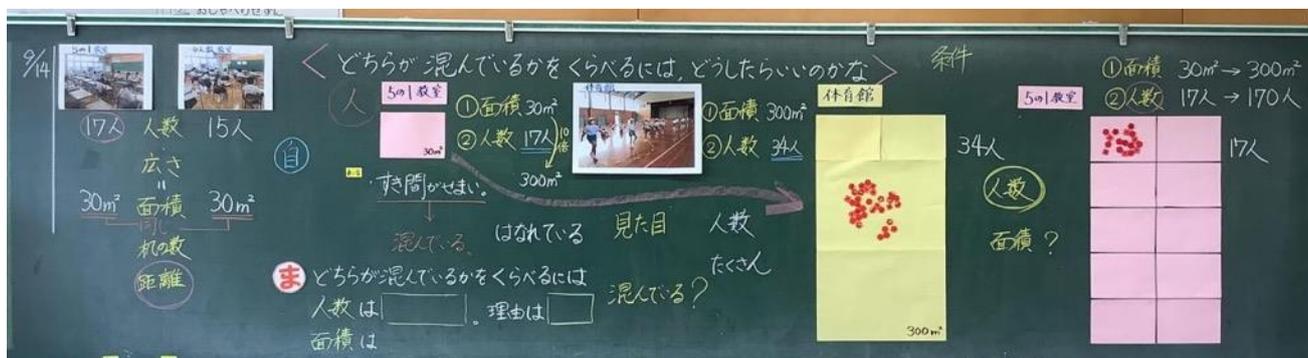


図4 実際の板書（9月14日）

2. IIの相

【第一次2時…9月15日（水）】

前時の疑問をもとに「混み具合をくらべるとき、面積は必要なのかな」という課題を設定した。そこで、面積を10倍にすると、人数も10倍にするという比例の関係を示す図を提示した。すると、混み具合が「違う」と考える児童が1割、「わからない」と答える児童も1割いた。ここで、初めて『算数の世界』の混み具合の捉え方を紹介した。（図5）「なるほど！」とスッキリした表情になる児童がいるのを感じた。『日常の世界』では、どうしても同じには見えないのである。徐々に、児童自身の一つ

一つの学びをつなぎ、振り返りながら、自分の考えを修正していく。教師は、児童が数学的な見方・考え方を働かせていくことができるように援助していくことが大切である。

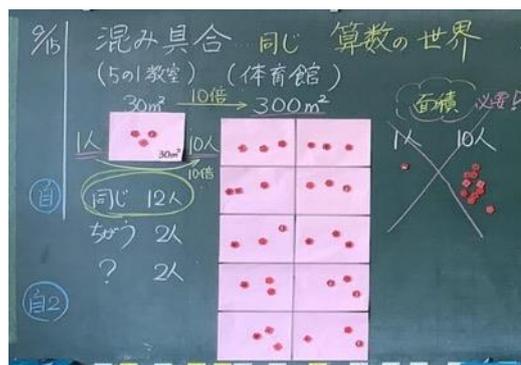


図5 実際の板書（9月15日）

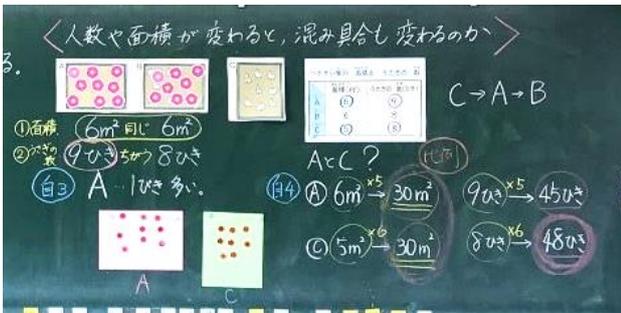


図6 実際の板書 (9月15日)

2つの世界の「混み具合」の意味の違いを確認した後、人数も面積も違う問題を提示した。(図6)すると「AとCの混み具合が、どうしても一緒に見えてしまう」と振り返りに書く児童がいた。(図7)2量の関係を差で捉えたり、見た目で判断したりしたくなるようだ。「わかったつもり」の状態が続くことが窺える。次時以降、「数学的な見方・考え方」の自覚に向けて、『日常の世界』と『算数の世界』を行き来する支援へと移る。

3. II' の相

本研究の理論枠組みでは3つの相を設定したが、分析の過程で、IIの相を2つに分けてIIIの相への「行き来」をする移行期として、新たにII'の相を設けることが適切であると考えた。

【第一次3時…9月16日(木)】

前時で『算数の世界』を紹介したが、まだよくわからないと感じる児童が多く、本時では、児童がノートに書いた振り返りを生かして授業を設計した。

児童は「もっと簡単に比べたい。数で比べたい。式で表したい。」等、見た目で何とな

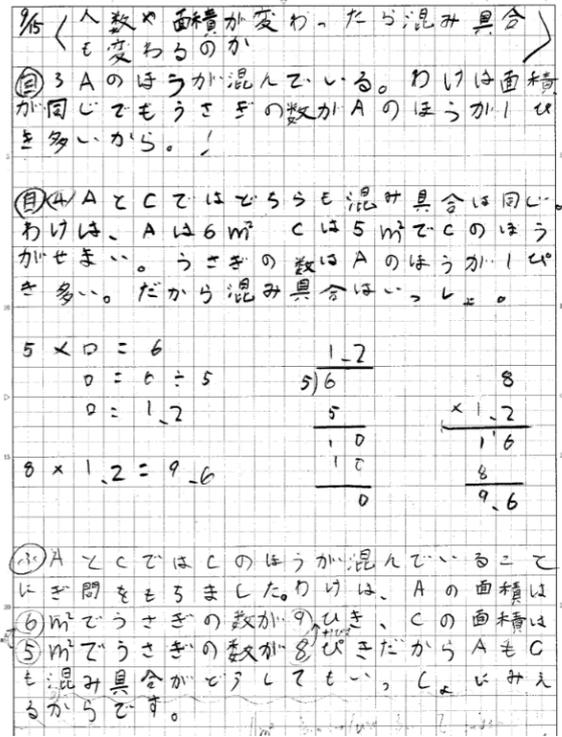


図7 児童のノート (9月15日)

く比べる『日常の世界』ではなく、はっきりさせたいという必要感をもっており、「数で比べることのよさ」を実感していた。(図8)それも『算数の世界』であるということに、児童自身はまだ気付いていないが、意識し始めているようだった。単なる「数の操作」をしていた児童が計算できない『日常の世界』にはまり込み、やっぱり「式や数があったらいいな。」と考えていたのである。

単元の入替えにより「公倍数」が未習であったことも、単なる「数の操作」で終わらずに済んだ要因かもしれない。



図8 実際の板書 (9月16日)

【第一次 4時…9月17日（金）】

本時で「単位量当たりの大きさ」という言葉に辿り着いた。時数は、事前の計画より2時間多くなった。

これまでに振り返りを3つの観点で書いてきたが、本時で初めて「わかったこと（納得したこと）」を書きたいという児童が表れた。本時の中で、その児童にとって、スッキリしたことがあったようだ。納得できたことがあるのは、まだ全員ではない。納得できた児童の考えを生かし、次時の授業を設計し直していく。

「10あたりの□」が「単位量当たりの大きさ」であるということがよくわからないと授業後に伝えに来た児童もいた。筆者は「オレンジがフルーツの仲間であるのと同じように、仲間分けしたときの1つの名前だよ。」と応えたが、その児童はスッキリせず、困っているようだった。次時に、他の児童がどのように「単位量当たりの大きさ」という言葉を捉えたのか、説明してもらうことにした。教師の言葉ではなく、児童が用いる言葉の方がわかりやすいことが多い。筆者は、指導に悩んだり、伝え方に困ったりしたときは、児童に委ねてみようと考えようになった。教

9月 17日 (金)

① 面積とうさぎの数の数 = 1羽あたりの面積

② うさぎの数 = 面積 = 1羽あたりの面積 × うさぎの数

単位量あたりの大きさ

面積	うさぎの数	③ 単位量あたりの大きさ
A 6	9	③ 単位量あたりの大きさは、2つの量を組み合わせることで表した大きさ
E 4	□	

④ 自分がかいたのんが、さう考えれば、くりに、比例を使えば、

A $9 \div 6 = 1.5$ $\times 4 = 6$

E $4 \div \square = 1.5$ $\times 6 = 6$

ことは、オリジナル公式のときに、必要(平均)を入れないと、単位量あたりの大きさに悩まないと、

図9 児童のノート（9月17日）

師と児童が、自分で考え続けることや学び続けることの大切さを共有できていると、教師が導かなくても、児童自身でよりよい方法を見つけることができるようになる。

児童のノート（図9）を見ると、「比例」や「平均」の見方を意識していることがわかる。「数学的な見方・考え方」を働かせながら、友達の考えに興味をもち、自分の学びを深めていた。

家庭学習では、毎日、授業で学んだことを振り返り、自主学习ノートに自分の考えをまとめている。授業で疑問に感じたことを、さらに家庭でも自分なりに一生懸命考えたようだ。「単位量あたりの大きさを求めるときに、平均の式を使っているように思える。」と書いている。

（図10）自分なりに考え続けたがわからず、理由を知りたがっている。その児童の学びは、常に継続している。「なぜ、そうなるのか。」と考え続けることで、自分が納得できる答えを、いつか必ず見つけることができる。教師は、児童が自ら学び続けることができるように援助することが大切なのである。

次時以降をⅢの相とする。「単位量当たりの大きさ」を活用する問題場面になる。

9月 19日 (日)

単位量あたりの大きさをくわしく知ろう。

うさぎで例える...

混み具合のオリジナル公式

面積とうさぎの数 = 1羽あたりの面積 × うさぎの数

面積と面積 = 1あたりの平均のうさぎの数

④ これを見ると、まるで「平均」の式を使っているように思えます。

⑤ なぜ、「単位量あたりの大きさ」なのかが、すごくふしぎに思えます。理由が知りたいです。

図10 自主学习ノート（9月19日）

4. 皿の相

【第二次 1時…9月21日（火）】

本時では「人口密度」という言葉の意味を確認してから、47都道府県の人口密度を児童全員で協力して調べた。自然に「面積が小さくて人口が多いのはどこか」ということに注目し、すぐに「東京都」であろうと予想していた。

人口密度も「混み具合」と同じように均して考えていることが意識できるように、簡単な地図を描いて、人口の偏りを磁石で提示した。（図11）北海道が1km²あたり約63人で、児童は、その少なさにかなり驚いていた。また東京都が、その約100倍の人口密度だったため、実感を伴って「混んでいること」を理解できたようだった。興味をもった児童は、帰宅後の自主学習で、石川県の全市町の人口密度を調べてきた。

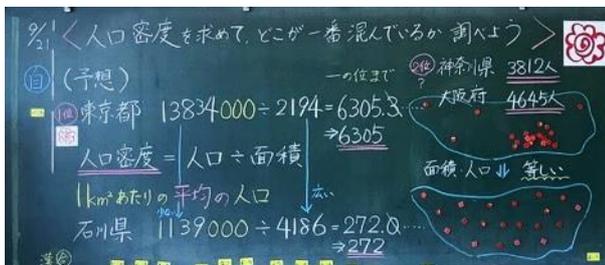


図11 実際の板書 (9月21日)

【第二次 2時…9月22日（水）】

前時に「単位量あたりの大きさを求めるよさがわからない。」という疑問を抱いた児童がいたため、本時の課題は「単位量あたりの大きさを求めるよさは何かな」となった。

本時は「米のとれ高」を求めた。すると、それぞれの田の「1aあたりでとれた重さ」を知ることにはできるが、全体でとれた量を比べると多くなるので「B」の田を選ぶという意見が出た。とれ高では「A」だが、全体量では「B」の方が多い場合、どちらの田を選ぶかは、その人次第になるため、単位量あたりの大きさを求める良さを感じられない児童もいた。

次時は「ガソリン 1L あたりで走ることができる道のり」で比べることにした。「車の燃費の良さ」であれば、単位量あたりの大きさを求める良さを実感できるのではないかと考えた。

【第二次 3時…9月24日（金）】

前時に引き続き、「単位量あたりの大きさを求めるよさは何かな」という課題で話し合った。

本時は、いろいろな車の燃費について考えることになった。しかし「1L あたりで走ることができる道のり」を求める式が立てられず、困っている児童がいたため、全員で考えを出し合いながら、立式することから始めた。

いつの間にか「自分が将来、車を買うなら、どの車を選ぶか。」という話題になり、タブレット PC を使って、全員が調べ始めた。燃費だけでなく、デザインや速さ等、他の条件にも気付いていった。調べていくうちに、燃費の良い車は「スピードがあまり出ない場合がある」ということがわかり、次時は「速度」について考えることになった。

【第三次 1時…9月27日（月）】

導入で表（えみ 18 秒・弟 16 秒というタイムだけがわかるもの）を提示し、「どちらが速いか。」とたずねた。児童は、すぐに「距離が同じだったら、弟だよ。」「でも、そんなわけないでしょ。弟の方が速いなんて。」等、次々と気付いたことをつぶやき始めた。実際、児童は運動会の個人走の練習で 100m を走っていた。そこで、2人がどんなスピードで走っているのかについて、イメージ図を描くように促した。（図12）実際に走っている速さが一定ではないことにも気が付いていた。

家庭学習でも、自分で場面を設定し、問題を解く楽しさを味わっていた。（図13）人間ではありえない事実について、『算数の世

界』では考えることができる。つまり速さを比べられるようにしているだけなのである。

本時では、速さを比べるときに「1秒間あたりに走った距離」を求める児童と「1mあたりを走るのにかかった時間」を求める児童がいた。

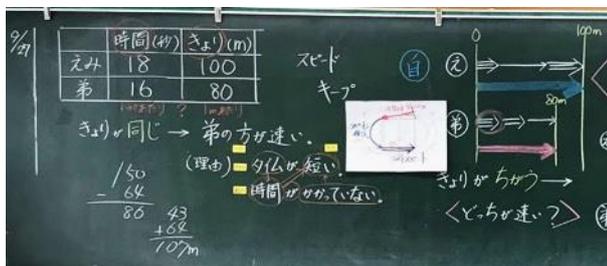


図12 実際の板書(9月27日)

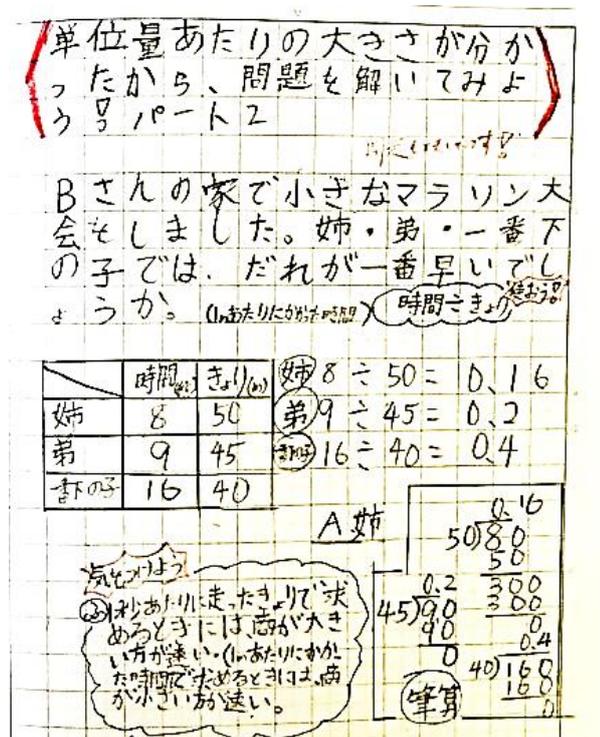


図13 自主学习ノート(9月27日)

【第三次2時…9月28日(火)】

速さについては、前時のように「1秒間あたりに走った距離・1mあたりを走るのにかかった時間」というように、どちらを使っても比べることができることを尊重しつつ、「速さは一般的に単位時間あたりに進む道のりで表すこと」を伝えた。「時速・分速・秒速」という3つの表し方があることも知らせた。10あたりに進む「平均」の道のりであることを

意識できている児童も多かった。

同じ時期に国語科の単元「新聞を読もう」の学習で、桐生祥秀選手の100m走のタイムを知っていたため、この学級で1番速い児童のタイムと速さを比べることになった。オリンピックで100m走を視聴していた児童は、直線コースとカーブがあるコースでは、状況が異なるから速さに違いがあるはずだと気付いていた。その他には、距離が短い50m走のときの速さとも違いがあるのではないかと考える児童も出てきた。休み時間に、ストップウォッチを持ってグラウンドへ行き、自分のタイムを調べる児童もいた。実際に測って確かめることで納得できたようだった。

【第三次3時…9月29日(水)】

本時では、まず2種類の問題(道のり・時間を求めるもの)が書かれたプリントを渡した。何を求める問題なのかを訊ねると「わからない。」と答える児童が3割いた。問題文には「道のり・時間」を求めましようとして記されている。そのとき、その児童は、どこに着目し、何を考えていたのだろうか。詳しく訊ねても、その場で返答はなく、困っているようだった。

「道のり」を求める問題は、「何の道のりか」までを考えることが大切だと答える児童がいた。また立式では5種類の考えが出た。(図14)やはり文章から問題場面のイメージをつかむことは難しいようだった。しかし、立式により導き出した答えが、問いに合う答えとなっているかを確認する児童が増え、間違いに気付く場合が多くなった。

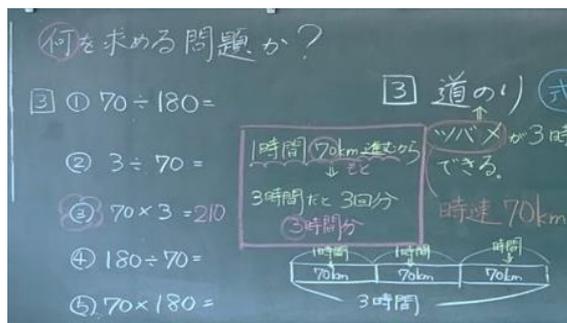


図14 実際の板書(9月29日)

【第三次 4時…9月30日（木）】

前時では、道のりを求めるとき「70+70+70=210」というように、たし算で確かめると、納得できる児童が増えた。また「1時間に70kmで、その3時間分だから…」と考え、テープ図に表す児童もいた。どの児童にもわかるということ授業の中で追究していくと、たし算やテープ図に戻っていった。

本学級では「70×3=210」というかけ算の立式をすぐに考えつかない児童が多かった。「3時間=180分間」と単位変換する児童もいた。しかし、他者の考えと自分の考えを比較し、「あれ、おかしいな。」と自分で気付く児童も出てきている。例えば、3時間分の距離が1時間分の距離より短くなること、1時間に25kmの速さで400km進むと10000時間かかるわけがないこと等である。感覚では、つかみ始めている。考えの根拠として、数直線も、児童自身が使い慣れ、その良さを実感できるようにしていく必要がある。

【第四次 1時…10月1日（金）】

本時では、学習内容の習熟及び定着を確認した。教科書には「つないでいこう算数の目～大切な見方・考え方」というページがある。そのページを全員で確認してから、練習問題を自力解決していくことにした。

「混み具合」も「速さ」も均した状態を考えていることは、全員がわかった。しかし単位量当たりの大きさを使って比べているとき、どの「2つの量」を組み合わせるで表しているのか、わからないと答える児童がいた。どのように答えたらよいかわからないということもあるようだった。友達の考えを聴き、「なるほど！そう答えたらいいの。」と納得していた。意味はわかっている、そこにぴったり当てはまる言葉を見つけられないようだった。穴埋め式の問題で、問題に出ている言葉を変換するだけであっても、迷ってしまう児童がいる。頭の中で考えていることを表現する「ことば」を、児

童自身が見つめることは非常に難しいことなのである。

練習問題を始める前に、ネームカードを自分の理解度に合わせて貼った。①スッキリ納得！友達にも説明できるよ。(6人)②まだ友達に説明はできないけれど、自分はわかったよ。(4人)③まだわからないところがあるよ。(8人)共に学んでいる友達の理解度を知り、全員が自分のペースで納得しながら進むことができるようにした。(第一次2時以降. 少人数授業)

【第四次 2時…10月5日（火）】

本時では、学習内容の習熟及び定着について、プリントを用いて確認した。

毎日、家庭でも自主学習ノートで算数の授業で学んだことを復習している。(図15)自分で学習課題を見つけたり、自分が特に気をつけることを吹き出しでまとめたりしている。自分がどんなことにつまずきやすいのかに気付く児童も増えてきた。

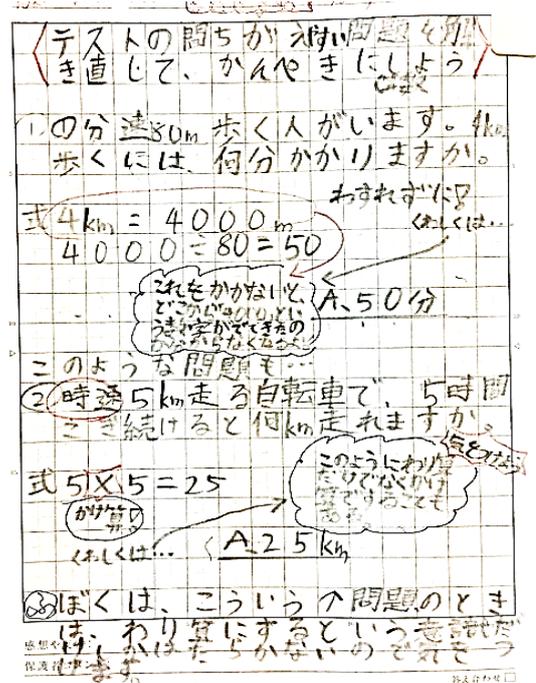


図15 自主学習ノート(10月5日)

【第四次 3時…10月6日（水）】

本時では、学習内容を振り返るために評価テストを実施した。テストの裏面には、これまで

の学習を振り返って記述する欄がある。

振り返りを見ると、考えの変容が見られた。

①これまで意識していなかった『算数の世界』という別の見方があることを学び、区別して考えるようになった児童、②自分にとって、よりわかりやすい求め方は何かを考えるようになった児童、③算数科で学んだことを日常生活に生かそうとしている児童などである。(図16)算数科の目標は「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を育成すること」である。少しずつではあるが、数学のよさに気づき、算数と日常生活との関連に気づき始めている様子が見られる。

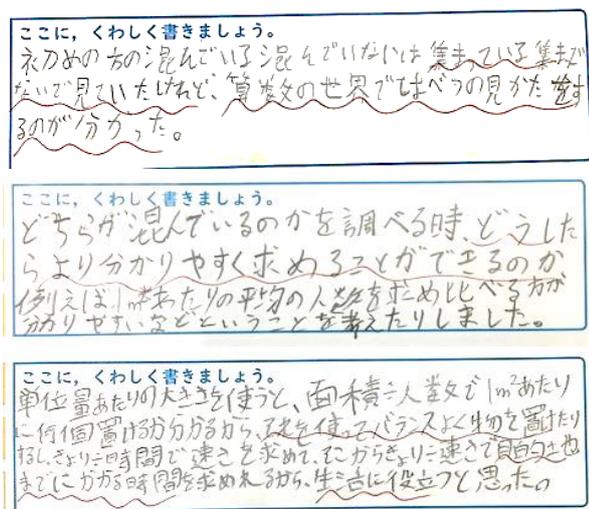


図16 単元の振り返り(10月6日)

V 考察と今後の課題

1. 3つの支援の重要性

本研究では理論枠組みとして3つの相を設定し、実践を通して第IIの相を下位の2つの相(IIとII')に分けて支援することにした。以下では、3つの相の支援の重要性を述べる。

(1) 素朴で無自覚な日常的な見方・考え方を意識化すること

単元の導入である1時間目は、児童が本当はどんなことを考えているのかを知るために、教師からどんどん訊ね、児童同士が話し合う時間になっている。この時間では、まず児童がもつ「自分なりの見方・考え方」を尊重する。「自分なりの見方・考え方」を明らかにしなければ、「数

学的な見方・考え方」と比べることはできないと考えたからである。児童の素朴な考えをもとにして、教師が単元計画や日々の授業を練り直すことで、児童が『日常の世界』と『算数の世界』を行き来し、『本当にわかること』に近づくことができるのである。

(2) 日常の世界と異なる算数の世界を想定し理想的な見方・考え方を想像すること

児童は自分が知っている『日常の世界』では説明がつかないことに悩むときがある。そんなときに『算数の世界』を紹介すると、スッキリする。『日常の世界』と明確に区別して『算数の世界』に出合わせる時間を設定することが大切である。「なんだ!そういうことか!」とつぶやく児童が出てくる。その瞬間に、自分の中でモヤモヤしていたことが晴れることがある。しかし、その場では本当に理解できたわけではないことが多く、自分なりに納得できるまで考え続ける必要がある。

(3) 単元全体を通して両世界の相互作用を重視し、児童自身が見方・考え方を調整しつつ、両世界の互恵的な発達を図ること

まず教師自身が単元を通して「数学的な見方・考え方」を意識し続けながら、授業を実践することが大切である。そうすることで「児童の気づき」をつかみやすくなる。教師が常に、その気づきを尊重し、楽しむ余裕があると、児童は、その気づきの中から、ねらいにつながる考えを見つけ出すことができる。

つまり「児童がもっている素朴な考え」及び「児童が学びを進めていくうちに気付いた考え」が、児童自身や学級全体での学びに生きるかどうかは、やはり教師の責任なのである。

2. 今後の課題

自分なりの見方・考え方からスタートするのは、児童の『日常の世界』における事実や見目等、経験を基にした素朴な考えを一人一人が表出することをまず尊重することである。自分なりの考えには「意味」が存在し、『算数の世界』の「意味」とは異なる場合がある。つまり、

『日常の世界』と『算数の世界』の「意味」を混在させないことが重要である。算数の世界では「理想化」して考えるため、児童にとっては捉えにくい。どの単元においても、自然な流れの中で2つの世界を出合わせる時間を設定する必要がある。算数の世界を知り、自分の中の日常の世界とくらべ、数学的な見方・考え方を働かせながら納得していくことをめざす。

今後の課題は、本単元での成果をもとに、算数科全体として単元のまとまりの中で「数学的に考える資質・能力を育成する」授業デザインの可能性を検証していくことである。

本研究において筆者が最も大切にしてきたことは、担当した学級の児童の純真な心である。どんなことにも前向きに取り組み、学び続ける姿、互いの個性を尊重した温かいつながり。教師として、すべての児童を同じ到達点まで無理矢理引き上げるという意識ではなく、一人一人が何をどのように考えているのかを大切に、「その子の表情や言葉、行動、ノートの記述」を見取り、一人一人の児童に合わせた援助を工夫することを心がけてきた。(図17)「わかった・できた」は、教師が児童に感じさせることではない。筆者は、児童が自ら学ぶことによって、少しずつ「わかった・できた」と感じられるようになることを願っている。

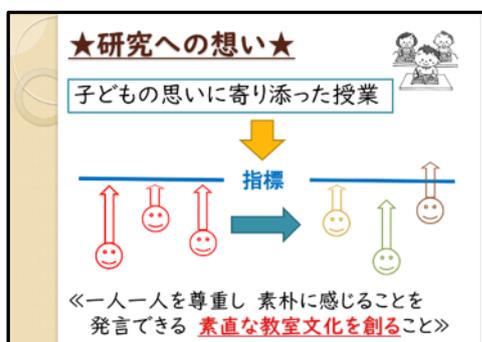


図17 本研究への想い

最後に、本実践研究報告書をまとめるにあたり、研究に専念できる環境を整えてくださった勤務校の先生方、研究や執筆においてご指導とご助言をいただいた金沢大学の先生方に深く感謝いたします。

引用文献・参考文献

- 1) 稲垣佳世子・波多野誼余夫(1989). 人はいかに学ぶか - 日常的認知の世界. 中公新書.
- 2) ヴィゴツキー, L. S. (柴田訳)(2001). 思考と言語 新訳版. 新読書社.
- 3) 佐伯胖他(1989). すぐれた授業とはなにか: 授業の認知科学. 東京大学出版会.
- 4) サックス, O. (吉田訳)(2001). 火星の人類学者 - 脳神経科医と7人の奇妙な患者. 早川書房.
- 5) サックス, O. (高見・金沢訳)(2009). 妻を帽子とまちがえた男. 早川書房.
- 6) Schoenfeld, A. Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in Mathematics. In D.A. Grouws (ed.), (1991). *NCTM Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.334-370). NY: Macmillan.
- 7) Sfard, A. (2008) .*Thinking as communicating: Human development, the growth of discourses and mathematizing*. NY: Cambridge University Press.
- 8) バシュラール, G. (及川訳)(2012). 科学的精神の形成 - 対象認識の精神分析のために. 平凡社.
- 9) 波多野誼余夫・稲垣佳世子(1984). 知力と学力: 学校で何を学ぶか. 岩波新書.
- 10) van der Veer, R. & Valsiner, J. (eds.), (1994). *The Vygotsky reader*. Cambridge, MA: Blackwell.
- 11) 藤井齊亮・真島秀行.他 84 名 (2020) 新しい算数5下 考えると見方が広がる! .東京書籍.
- 12) Mason, J. (1984). Generic examples: Seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics*, 15(3), 277-289.
- 13) ルリア, A. R. (杉下・堀口訳)(1980). 失われた世界 - 脳損傷者の手記. 海鳴社.
- 14) ルリア, A. R. (天野訳)(2010). 偉大な記憶力の物語 - ある記憶術者の精神生活. 岩波書店.
- 15) レイヴ, J. & ウェンガー, E. (佐伯訳), (1993). 状況に埋め込まれた学習 - 正統的周辺参加. 産業図書.