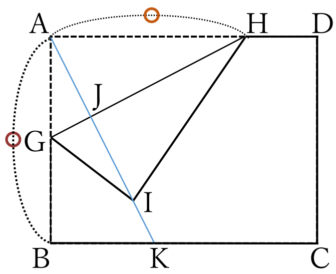
■　高校入試問題をちょっと深掘り　■



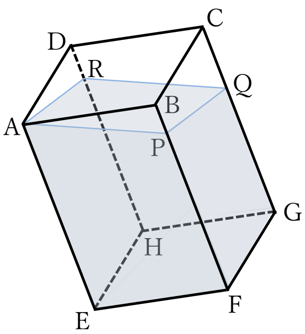
先週は本県の公立高校の入試だった。出題された数学の問題をちょっとだけ掘り下げてみたい。

まずは、次の問題。「長方形 ABCD の紙を、辺 AB 上の点 G と、辺 AD 上の AB=AH となる点 H を結んだ線分 GH で折ると、点 A が点 I に移った。直線 AI と線分 GH、辺 BC との交点をそれぞれ J、K とするとき、△ABK≡△HIG を証明せよ」。

着目すべきは、点 H は固定されているが、点 G は固定されていないというところ。点 G が点 A に近づくと、△HIG は細くなっていき、離れていけば太くなっていく。本問は、その変化に対して、△ABK も合同を保ちながら等しく変化することを示せと要求している。

２つの三角形は、1 辺が等しく、その一端の角が直角であるから、他端の角が等しいことを示せばよく、証明はそれほど難しくはない。書けた受験生も多いのではないか。

では、この素材で、AB=AH という条件を外し、点 H も固定しないとすると、△ABK と△HIG はどのような関係になるか？ 自由度が増すと、急に難易度が上がる感じがするが、あにはからんや。先の証明で 2 組の角がそれぞれ等しいと示されているので、容易に相似であることが分かる。このことから、合同は相似の一形態であるという本質が見えてくる。



もう一問。「水を満たした、AE＝8cm の正四角柱 ABCD-EFGH の容器を BP＝DR を保ちながら傾けると、残量が元の 4/5 になった。このとき、CQ の長さを求めよ」。立体図形を嫌う生徒は多いものの、着眼点も計算も平易である。

では、傾け方を変えたらどうなるか？　BP＝DR という条件を外してみよう。途端に頭を悩ませることになるかというと、あにはからんや、途中計算も答も同じになる。理由は至極簡単。元の問題を解くときに、条件 BP＝DR を使わず解けるから。ちなみに、本問は、底面が正方形でなくとも、平行四辺形であればよく、さらに言えば、直柱である必要はなく、斜柱でも同じ答になる。これが本問の本質である。

問題に向かうとき、解けた、解けないに一喜一憂するのではなく、その奥にある本質を見抜きたいものである。この原稿を読んで、「へー、面白い」と思った受験生は、本校の授業に好奇心をくすぐられることだろう。お持ちしている。

コロナ禍だが、本県はネットではなく受験校での発表を続けている。緊張した面持ちで受験し、開放感に満ちた笑顔で校門を出た受験生たちは、週末に卒業式を終えて、本日正午の合格発表を見るために、再度来校する。歓声がこだまするまで、あとしばらくである。