

## ニュートンの冷却法則

### ■ 課題

お湯の中に浸された金属の塊を空気中に取り出すと、その温度はどのような時間変化をするか？

金属塊を取り出してから時間  $t$  と温度  $T$  の関係を予想して、そのグラフの概形を描きなさい。



このように予想した理由は？

### ■ 実験

金属の塊を熱湯に浸しておいて暖めた後、空気中に取り出す。金属塊から空気中に放出される熱によって低下する温度の時間変化を測定する。

#### ✓ 準備

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>・コンピュータ (Capstone)</li> <li>・データロガー (Xplorer - GLX)</li> <li>・温度センサ (2個)</li> <li>・鉄製スタンド</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>・銅ブロック</li> <li>・スチロール製容器</li> <li>・保護用袋</li> <li>・ラップ</li> </ul> |
|---|--|

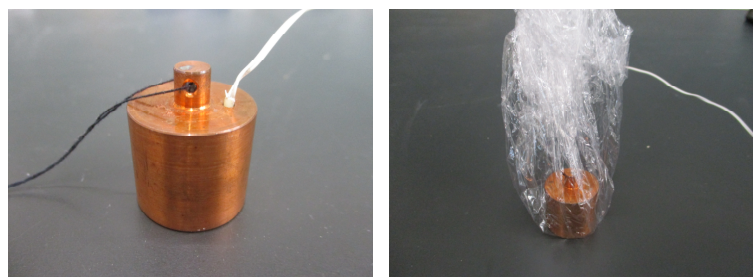
#### ✓ 実験手順

<実験装置のセッティング>

- (1) 温度変化を計測するための Capstone ファイル「冷却.cap」を開き、データロガーをコンピュータに接続する。
- (2) 温度センサのコネクタをデータロガーに接続し、さらに計測部を銅ブロックの小穴に挿入する。
- (3) 銅ブロックを、お湯につけても濡れないようにラップで注意深く包む。
- (4) スチロール製容器に電気ポットの熱湯を注ぐ。熱湯中に銅ブロックをラップに包んだ状態で浸す。熱平衡状態になるまで、しばらくの間放置する。

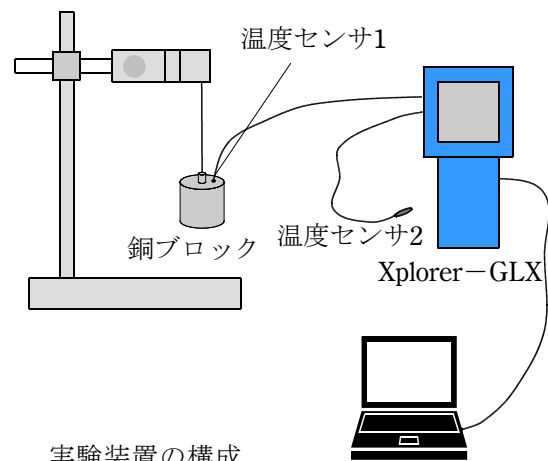
<温度の時間変化の測定>

- (5) 銅ブロックを湯から取り出し、濡れないように注意ながらラップを外す。(火傷にも注意)
- (6) 鉄製スタンドを用いて銅ブロックを空中でつるす。
- (7) 「冷却.cap」の画面左下にある「Record」ボタンをクリックして測定を開始する。



銅ブロックの孔に温度センサを挿入する

銅ブロックをラップで包む



実験装置の構成

### ✓ 実験結果

実験から得られた温度  $T$  と時間  $t$  の関係を言葉で簡潔に説明しなさい。  
また、実験で得られた温度と時間の関係を表すグラフをプリンターから出力して貼り付けなさい。

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## ■ ニュートンの冷却法則

数学を応用する – 微分方程式で数学モデルをつくる – ことによって、問題の答えを求めよう。

### 1. 物理学的な考察

問題を解くための物理学上のアイデア（仮説や予想）は何か？

物体（金属ブロック）がもつ熱エネルギーは、外気との接触によって奪われる  
簡単のため、物体の温度は常に一様であるとする

**熱い物体が単位時間あたりに失う熱量は、**

\_\_\_\_\_と\_\_\_\_\_に比例する

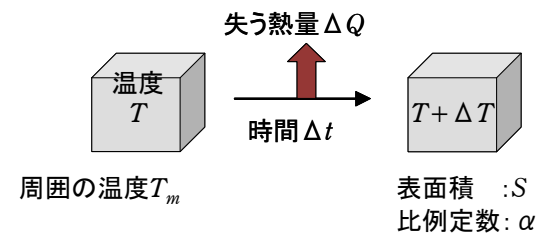
### 2. 物理学から数学の問題への変換

見出した物理学のアイデアを数式で表してみよう；微分方程式で表された数学モデルをつくらう

- (1) 物体が短い時間  $\Delta t$  で失う熱量を  $-\Delta Q$  として、1. で見出したアイデアを数式で表せ。物体の温度を  $T$ 、周囲の温度を  $T_m$ 、物体の表面積を  $S$ 、比例定数を  $\alpha$ （熱伝達係数という）とする。
- (2)  $\Delta Q$  を、物体の質量  $m$ 、比熱  $c$ 、時間  $\Delta t$  における温度変化  $\Delta T$  を用いて表せ。
- (3) (a)、(b) を用いて、物体の温度  $T$  が時間  $t$  とともにどのように変化するかを表す微分方程式を求めよ。

### 3. 数学的な考察

微分方程式を解きなさい（初期条件： $t = 0$  において  $T = T_0$  とする）



## ✓ 考察

数学モデルから得られた解の妥当性について考察しよう。

- (1)  $\log [T - T_m] - t$  グラフをつくってグラフの直線性を確かめよ。（Excel の近似曲線機能を用いる。）
  - (a) CapStone の測定データを Excel のワークシートへコピー
    - ① CapStone の画面左側の表の測定値を範囲指定する。
    - ② 右クリック → 「値のコピー」をクリック
  - (b) Excel を用いたデータ処理 – 片対数グラフをつくる –
    - ① データ処理用の Excel ファイル”冷却曲線.xls”を開く。
    - ② Excel シートに測定データを貼り付ける。セル A5（黄色）を右クリック → 値貼り付け
    - ③ Excel シートの該当セルに関数を入力して、温度差  $T - T_m$  とその対数值  $\log [T - T_m]$  を計算する。
    - ④ 温度差  $T - T_m$  と時間  $t$  の関係を、片対数グラフ ( $\log [T - T_m] - t$  グラフ) で表す。
- (2) 得られた結果を用いて、銅ブロックの時定数  $\tau$  を求めよ。
- (3) 時定数  $\tau$  はブロックの大きさ（一辺の長さ）とどのような関係があると考えられるか？一辺の長さが 10mm の銅ブロックの時定数を実験によって求めることにより確かめよ。