



## ■ ニュートンの冷却法則

数学を応用する – 微分方程式で数学モデルをつくる – ことによって、問題の答えを求めよう。

### 1. 物理学的な考察

問題を解くための物理学上のアイデア（仮説や予想）は何か？

物体（金属ブロック）がもつ熱エネルギーは、外気との接触によって奪われる  
簡単のため、物体の温度は常に一様であるとする

**熱い物体が単位時間あたりに失う熱量は、**

\_\_\_\_\_と \_\_\_\_\_に比例する

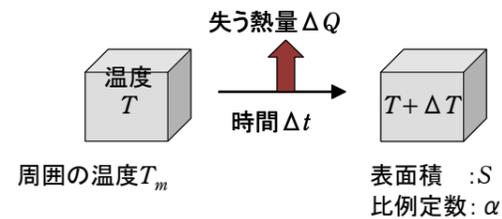
### 2. 物理学から数学の問題への変換

見出した物理学のアイデアを数式で表してみよう；微分方程式で表された数学モデルをつくらう

- (1) 物体が短い時間  $\Delta t$  で失う熱量を  $-\Delta Q$  として、1. で見出したアイデアを数式で表せ。物体の温度を  $T$ 、周囲の温度を  $T_m$ 、物体の表面積を  $S$ 、比例定数を  $\alpha$ （熱伝達係数という）とする。
- (2)  $\Delta Q$  を、物体の質量  $m$ 、比熱  $c$ 、時間  $\Delta t$  における温度変化  $\Delta T$  を用いて表せ。
- (3) (a)、(b) を用いて、物体の温度  $T$  が時間  $t$  とともにどのように変化するかを表す微分方程式を求めよ。

### 3. 数学的な考察

微分方程式を解きなさい（初期条件： $t = 0$  において  $T = T_0$  とする）



## ✓ 考察

数学モデルから得られた解の妥当性について考察しよう。

- (1)  $\log [T - T_m] - t$  グラフをつくってグラフの直線性を確かめよ。（Excel の近似曲線機能を用いる。）
  - (a) CapStone の測定データを Excel のワークシートへコピー
    - ① CapStone の画面左側の表の測定値を範囲指定する。
    - ② 右クリック → 「値のコピー」をクリック
  - (b) Excel を用いたデータ処理 – 片対数グラフをつくる –
    - ① データ処理用の Excel ファイル”冷却曲線.xls”を開く。
    - ② Excel シートに測定データを貼り付ける。セル A5（黄色）を右クリック → 値貼り付け
    - ③ Excel シートの該当セルに関数を入力して、温度差  $T - T_m$  とその対数值  $\log [T - T_m]$  を計算する。
    - ④ 温度差  $T - T_m$  と時間  $t$  の関係を、片対数グラフ ( $\log [T - T_m] - t$  グラフ) で表す。
- (2) 得られた結果を用いて、銅ブロックの時定数  $\tau$  を求めよ。
- (3) 時定数  $\tau$  はブロックの大きさ（一辺の長さ）とどのような関係があると考えられるか？一辺の長さが 10mm の銅ブロックの時定数を実験によって求めることにより確かめよ。