

Missing Square Puzzleの傾きと折れ曲がり

班員 河崎 新一郎、竹中 丈二、中島 健雄、長田 尚真
担当教員 今田 拓伸

キーワード：Missing square puzzle（面積増減パズル）、傾き、折れ曲がり

“Missing Square Puzzle (Fig. 1)” is a trick which looks like a straight line is actually bent. We researched why it is hard to notice the bend, focusing on the different angles of the two small triangles (Fig. 2). As a result, we found that it is hard to notice a line bent when it is oblique.

1 はじめに

Missing Square Puzzle(面積増減パズル)がある。

これは、図1のように同じ図形を組み替えただけで、全体の面積が変わっているように見える面積のパラドックスである。

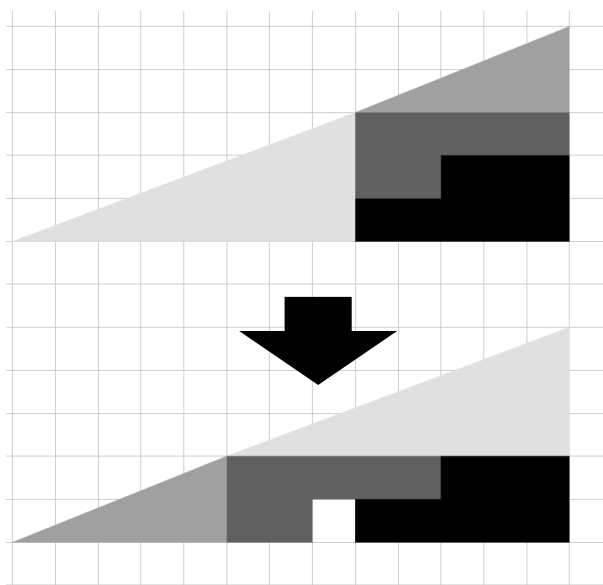


図1 Missing Square Puzzle の一つ（面積増減パズル）

面積が変わっているに見えるのは、図2のように大きな三角形を構成する2つの小さな三角形の傾きが異なるからである。

そのため、この大きな三角形の斜辺は折れ曲がっている。

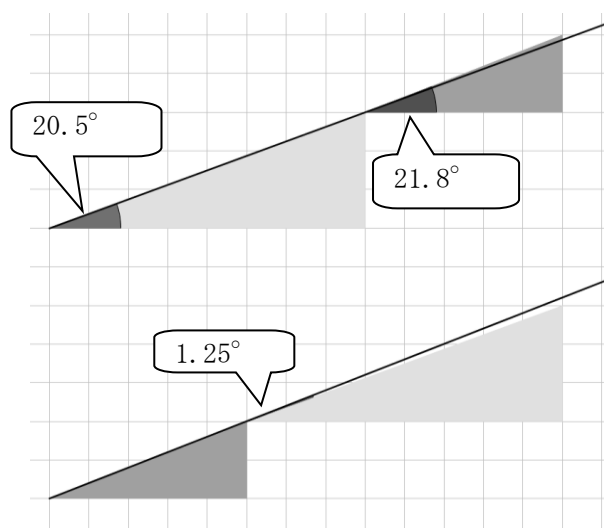


図2 三角形の傾き

しかし、一見しただけでは、折れ曲がっていることに気がつかない。

そこで、本研究では、斜辺が折れ曲がっていることに気づきにくい理由を、三角形の斜辺の傾きに注目して調べ、傾きが気づきにくさと関係していることが分かった。

2 仮説

図1のMissing Square Puzzleの全体の三辺全て同じ大きさだけ折り曲げた図形(図2)を作った。すると、垂直な辺や水平な辺に比べて、斜辺は折れ曲がっていることに気づきにくいと感じた。

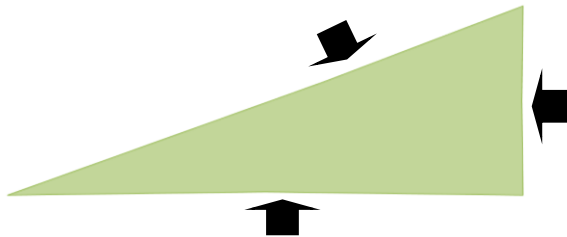


図3 全ての辺を同じだけ折り曲げた三角形



図4 斜辺の傾きが違う三角形

そこで、折れ曲がっている辺がどれだけ傾いているか、つまり「辺と水平との角度の大きさ（図4）によって、同じ大きさだけ折れ曲がっていても気づきにくさが変わる」という仮説を立てた。

3 定義

本研究では、三角形の斜辺と角度に着目した。また、簡略化するために三角形ではなく、黒線で実験を行った。また、本研究で扱う次の3つの角 a , b , b' を定義した。定義した3つの角は図5の通り、

- a : 線と水平線との角
 - b : 線を反時計回りに折り曲げたときの角
 - b' : 時計回りに折り曲げた時の角
- とした。

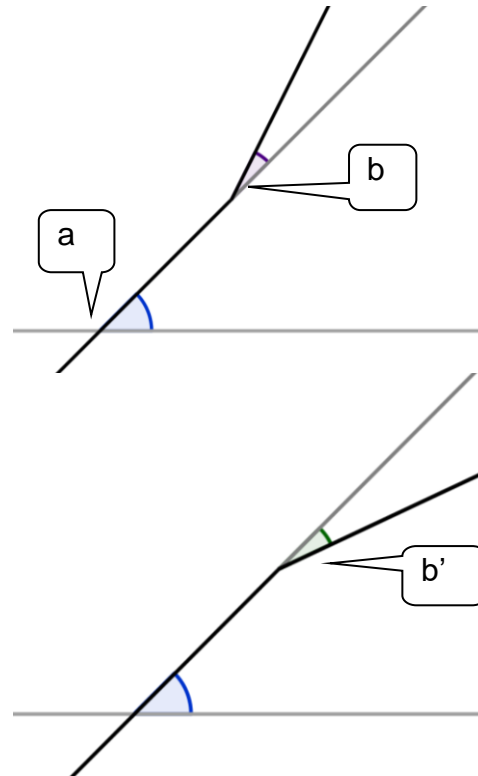


図5 定義

4 実験1

まず、実験で調べる折れ曲がりの角度の範囲を決めるため、実験1を行った。

対象者20人にどれが直線に見えるか判別してもらった。正確な実験に近づけるため20人には折れ曲がっている線と直線は両方あることをあらかじめ伝え、直感的に、短時間で判断するようお願いした。図6のようにグラフソフト“GeoGebra”用いて作図した。

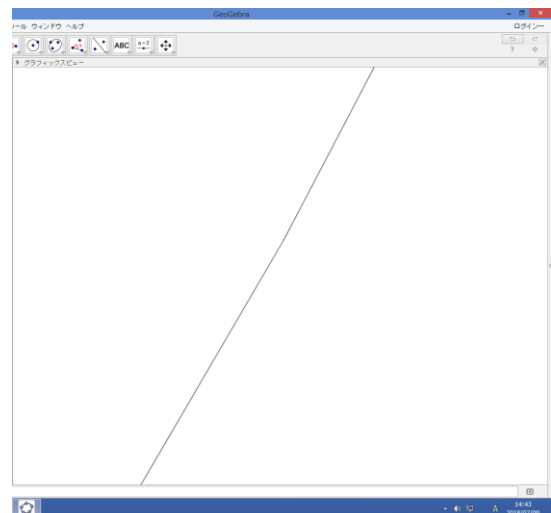


図6 実験用紙

印刷したものを用意し、一枚ずつ見せながら、直線に「見える」か「見えない」かをその場で答えてもらった。また、実験1で調べる角の範囲を次の通りとした。

aを45°で固定して、bを0°～4.0°の0.5°刻みの9通り

5 実験1の結果

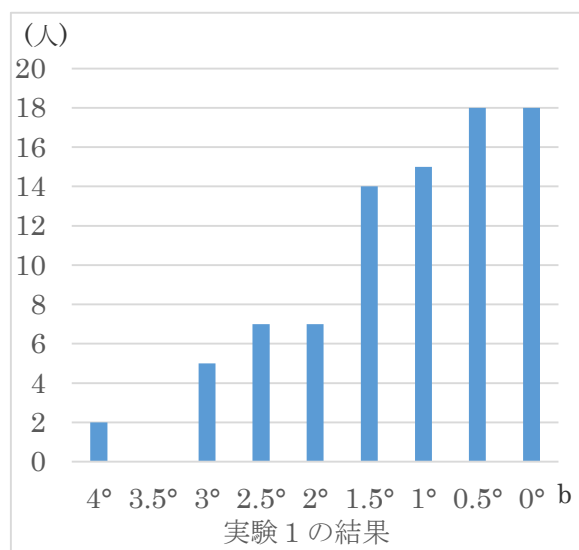


図7 実験1の結果

横軸はbの角度

縦軸はそれぞれのaの時、直線と答えた人数

bの角度が3.0°から0°になるにつれ、直線の折れ曲がりに気づかない人が増え続けた。このことから、実験2で調べるb, b'の範囲を0°～3.0°とした。

6 実験2

実験1の結果よりa, b, b'の範囲を

a=0°～90° (15°刻み)

b, b' =0°～3.0° (0.5°刻み)として実験した。

a(°)	0	15	30	45	60	75	90
b(°)	0～	0～	0～	0～	0～	0～	0～
	3	3	3	3	3	3	3

図8 実験範囲

つまり、a(7通り)×b, b' (14通り)=98通りを調べた。

また、より結果を正確にするために、実験の対象を増やして、40人に実験を行った。

40人には実験1と同様に、折れ曲がっている線と直線は両方あることをあらかじめ伝え、直感的に、短時間で判断するようにお願いした。

さらに、より効率化を計るために、aの角度ごとに分類した実験用紙の束を1枚目から順に各自で見てもらった。そして、図9の記入用紙に、見もらったaの角度と直線に見えるかどうかを「○(直線)」「×(折れ曲がっている線)」を用いて各自で記入してもらった。

出席番号	角度	1	2	3	4	5	6	7

<例>

出席番号	角度	1	2	3	4	5	6	7
2616	30°	×	×	○	○	×	○	○

図9 記入用紙

図9のように記入したものを、エクセルを用いて集計した。

7 実験2の結果

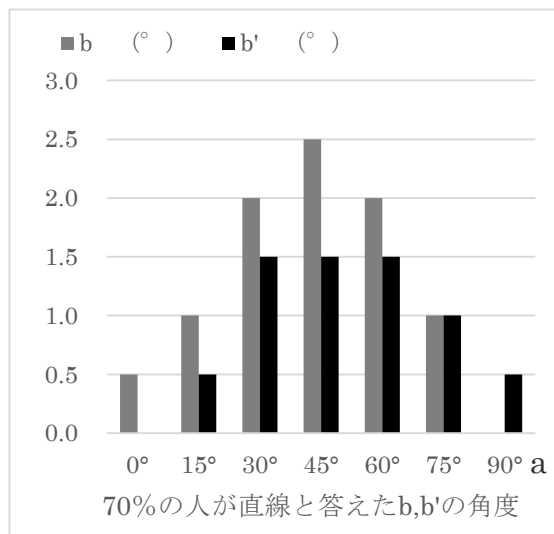


図10 実験2の結果

横軸は a の角度

縦軸は a の角度 $0^\circ \sim 90^\circ$ それぞれで、被験者のうち、直線と判断した割合が 70% をこえた b, b' の角度

a の角度 $0^\circ \sim 90^\circ$ それぞれで、被験者のうち、直線と判断した割合が 70% をこえた b, b' の角度をグラフ (図 10) にした。

70% を基準にした理由は、すべての a について、折れ曲がり を認識できた人の割合が、ある b, b' の角度で急激に増加する傾向があり、その増加が落ち着くすべての b, b' について直線と判断した割合が 70% 以上であったことである。グラフを見やすくするため、基準をこのようにした。

グラフから次の 2 つのことがわかる。

1 つ目は、a が $30^\circ \sim 60^\circ$ では、b, b' とともに 1.5° でも折れ曲がっていることに気づきにくいこと。

2 つ目は、a が 0° と 90° のときは、 0.5° でも折れ曲がっていると、気づきやすいことである。

これらのことから、「折れ曲がっている線が斜めであるとき、折れ曲がっていることに気づきにくい」といえる。

8 結論

図 1 の Missing Square Puzzle のパラドックスに気づきにくいのは、折れ曲がっている辺がある程度の傾きをもち、斜めになっているからである。

9 参考文献

Torsten Sillke “Curry’s Paradox”

<https://www.math.uni-bielefeld.de/~sillke/PUZZLES/jigsaw-paradox.html>

(参照 2019-3-11)

佐藤 洸風、「面積増減パズル」

<http://kofth.com/puzwords/archives/129>

(参照 2019-3-11)