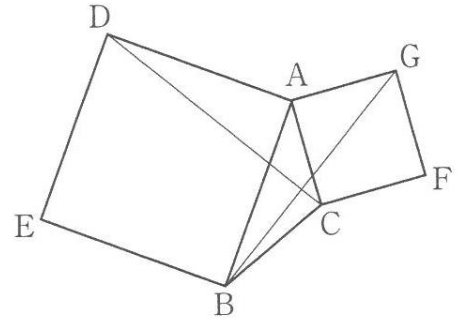
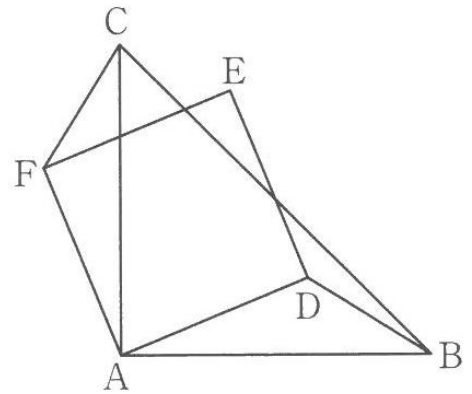


証明入試問題

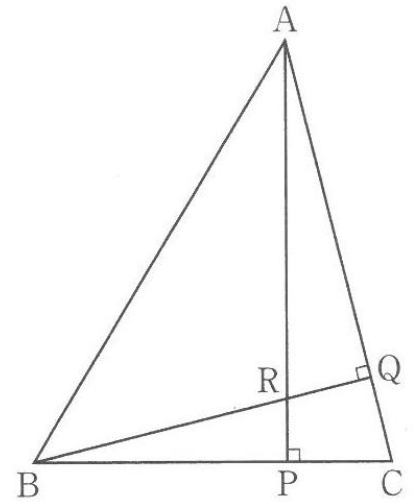
〈問題1〉右の図のように、 $\angle A$ が鋭角の $\triangle ABC$ の2辺 AB 、 AC をそれぞれ1辺とする正方形 $ADEB$ 、 $ACFG$ を $\triangle ABC$ の外側につくる。このとき、 $\triangle ABG \equiv \triangle ADC$ を証明しなさい。



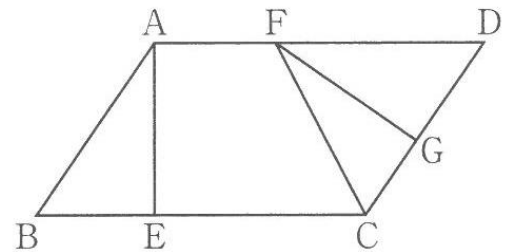
〈問題2〉右の図のように、1つの平面上に $\angle BAC = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC と正方形 $ADEF$ がある。ただし、 $\angle BAD$ は鋭角とする。このとき、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACF$ であることを証明しなさい。



<問題3>右の図のように、 $\angle BAC=45^\circ$ の $\triangle ABC$ がある。頂点Aから辺BCに垂線をひき、辺BCとの交点をPとする。また、頂点Bから辺ACに垂線をひき、辺ACとの交点をQとし、線分APと線分BQとの交点をRとする。このとき、 $\triangle ARQ \equiv \triangle BCQ$ であることを証明しなさい。



<問題4>右の図において、四角形ABCDは平行四辺形である。点Eは点Aから辺BCにひいた垂線とBCとの交点である。また、点Fは $\angle BCD$ の二等分線と辺ADとの交点であり、点Gは点Fから辺CDにひいた垂線とCDとの交点である。このとき、 $AE=FG$ であることを証明しなさい。



証明入試問題(解答)

<問題1>

$\triangle ABG$ と $\triangle ADC$ において

仮定より $AB=AD$ ・・・①

$AG=AC$ ・・・②

$\angle DAB=\angle GAC=90^\circ$ より

$\angle BAG=90^\circ + \angle BAC$ ・・・③

$\angle DAC=90^\circ + \angle BAC$ ・・・④

③、④より

$\angle BAG=\angle DAC$ ・・・⑤

①、②、⑤より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABG \equiv \triangle ADC$

<問題2>

$\triangle ABD$ と $\triangle ACF$ において

仮定より $AB=AC$ ・・・①

$AD=AF$ ・・・②

$\angle CAB=\angle FAD=90^\circ$ より

$\angle DAB=90^\circ - \angle CAD$ ・・・③

$\angle FAC=90^\circ - \angle CAD$ ・・・④

③、④より

$\angle DAB=\angle FAC$ ・・・⑤

①、②、⑤より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle ACF$

<問題3>

$\triangle ARQ$ と $\triangle BCQ$ において

仮定より $\angle AQR=\angle BQC=90^\circ$ ・・・①

$\angle BAC=45^\circ$ より、 $\triangle ABQ$ は直角二等辺三角形となる。

よって、 $AQ=BQ$ ・・・②

対頂角は等しいので

$\angle ARQ=\angle BRP$ ・・・③

$\angle RAQ=90^\circ - \angle ARQ$ ・・・④

$\angle CBQ=90^\circ - \angle BRP$ ・・・⑤

③～⑤より $\angle RAQ=\angle CBQ$ ・・・⑥

①、②、⑥より

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ARQ \equiv \triangle BCQ$

<問題4>

$\triangle ABE$ と $\triangle FDG$ において

仮定より $\angle AEB = \angle FGD = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

$\angle BCF = \angle FCD \dots \textcircled{2}$

$AD \parallel BC$ より 平行線の錯角は等しいので

$\angle BCF = \angle CFD \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{3}$ より $\angle FCD = \angle CFD$

よって、2つの角が等しいので $\triangle DFC$ は二等辺三角形である。

よって、 $DF = DC \dots \textcircled{4}$

平行四辺形の対辺は等しいので $AB = DC \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{4}$ 、 $\textcircled{5}$ より $AB = FD \dots \textcircled{6}$

平行四辺形の対角は等しいので

$\angle ABE = \angle FDG \dots \textcircled{7}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{6}$ 、 $\textcircled{7}$ より

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \cong \triangle FDG$

よって、合同な図形の対応する辺は等しいので

$AE = FG$